

Note de calcul concernant un mobile à propulsion éolienne et l'impossibilité d'aller plus vite que le vent dans le sens du vent avec la seule puissance de l'éolienne.

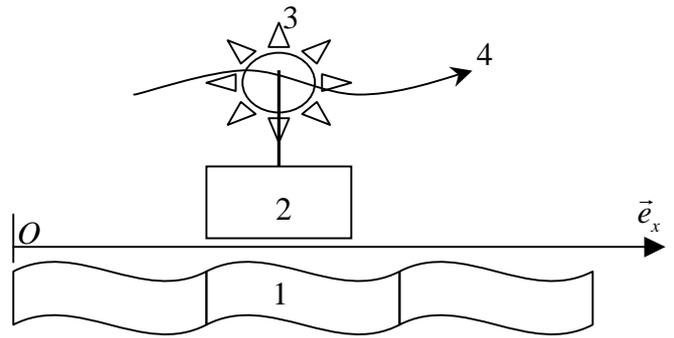
Reproduction autorisée dans le cadre de recherches scientifiques à but non lucratif ou d'application scolaires et pédagogiques.

I. Le mobile éolien en déplacement

I.1. Position du problème

Il y a essentiellement 4 entités en relation :

1. Le support du déplacement (eau ou sol)
2. Le mobile qui se déplace
3. L'éolienne montée sur le mobile
4. Le vent traversant l'éolienne



Tous ces éléments sont animés de vitesses par rapport au référentiel fixe R_g lié au sol(1) et supposé galiléen. On le matérialise simplement ici par le repère (O, \vec{e}_x) qui constitue dans cette étude unidirectionnelle l'unique axe de déplacement du mobile et du vent, allant tous deux par convention dans le sens de \vec{e}_x .

I.2. Notations

On notera les vitesses suivantes par convention positives par rapport à R_g :

- v vitesse absolue du mobile (2),
- w la vitesse absolue du vent (4)
- ρ la masse volumique de l'air et S la section balayée par les pales de l'éolienne
- $v_{incidence}^r$ et $v_{partante}^r$ les vitesses relatives de vent incident et partant dans le référentiel du mobile (ou du mât support de l'éolienne)
- k le facteur entre 0 et 1 de vitesse relative du vent tel que $v_{partante}^r = k v_{incidence}^r$

II. Les grandeurs physiques du problème

II.1. Le débit massique de vent à travers l'éolienne vaut :

$$D_m = \rho S (v - w)$$

II.2. La force de traînée aérodynamique de l'éolienne vaut :

$$F_{aero} = D_m (v_{incidence}^r - v_{partante}^r) = D_m (v - w)(1 - k) = \rho S (1 - k)(v - w)^2$$

Note : cela découle du théorème d'Euler dans le référentiel du mobile en translation

II.3. La puissance cinétique incidente sur l'éolienne vaut :

$$P_{cin} = D_m \frac{(v - w)^2}{2} = \frac{1}{2} \rho S (v - w)^3$$

II.4. Le rendement éolien vaut :

$$\eta = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v_{partante}^r}{v_{incidence}^r} \right) \left(1 - \left(\frac{v_{partante}^r}{v_{incidence}^r} \right)^2 \right) = \frac{1}{2} (1 + k)(1 - k^2)$$

note : une démonstration de ce résultat est accessible ici : http://fr.wikipedia.org/wiki/Limite_de_Betz

II.5. La puissance éolienne de propulsion vaut :

$$P_{prop} = \eta P_{cin} = \frac{1}{4} (1 + k)(1 - k^2) \rho S (v - w)^3$$

II.6. La puissance de traînée vaut dans le référentiel du sol : $P_{tr} = F_{aéro} v = \rho S (1-k)(v-w)^2 v$

Note : Cette puissance est à exprimer dans le référentiel du sol **et pas** dans le référentiel du mobile car le bilan de puissance pertinent est celui du mobile dans le référentiel du sol.

II.7. La puissance totale sur le mobile vaut :

$$P = P_{prop} - P_{tr} = \rho S (v-w)^2 \left[\frac{1}{4}(1+k)(1-k^2)(v-w) - (1-k)v \right]$$

III. Analyse des résultats

III.1. Deux termes dans la puissance disponible

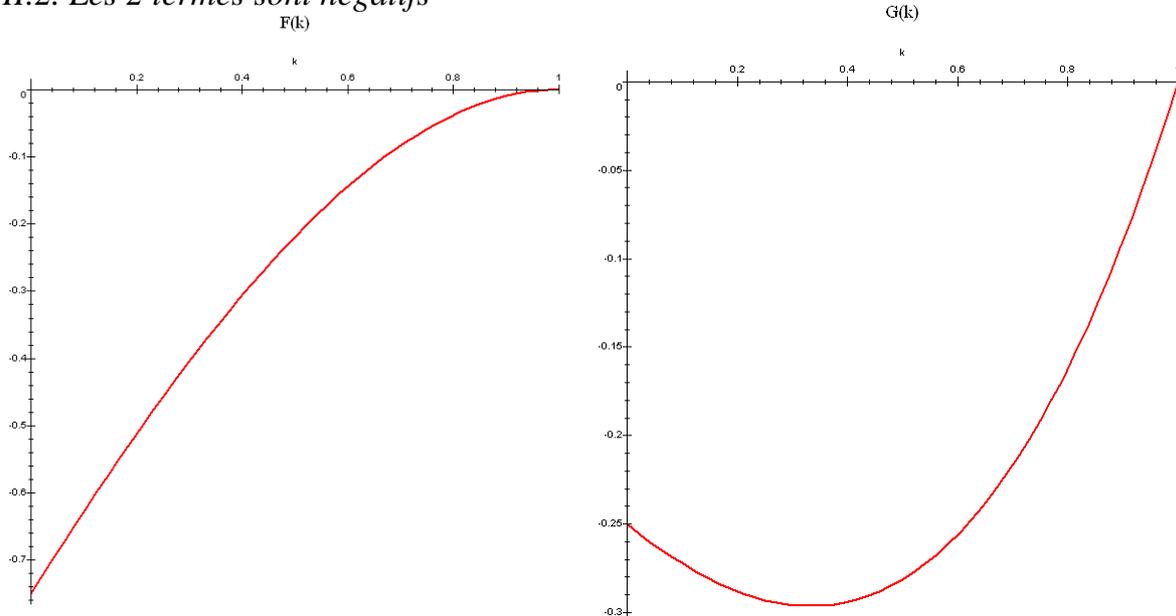
$$P = P_{prop} - P_{tr} = \rho S (v-w)^2 \left[v \left(\frac{1}{4}(1+k)(1-k^2) + k - 1 \right) + w \left(\frac{1}{4}(1+k)(k^2 - 1) \right) \right]$$

On isole 2 termes :

- En facteur de v , la fonction : $F(k) = \frac{1}{4}(1+k)(1-k^2) + k - 1$

- En facteur de w , la fonction : $G(k) = \frac{1}{4}(1+k)(k^2 - 1)$

III.2. Les 2 termes sont négatifs



L'étude de $F(k)$ et $G(k)$ ne pose pas de difficulté : **il s'agit de polynômes strictement négatifs** (rappel : k est compris entre 0 et 1). L'approche graphique est la plus parlante.

On note que lorsque $k=1$ (le vent n'est plus freiné), la puissance globale s'annule, ce qui est naturel puisque à la fois la traînée éolienne et la puissance éolienne sont nulles. **Indépendamment de k , Si $v > w$, alors le mobile rencontre un déficit de puissance et revient à la situation de vent relatif nul (qui annule le déficit lorsque $w=v$).**

IV. Conclusion

Dans cette étude, en ayant pris un cas théorique et idéal, **on constate que dès que $v > w$, et quel que soit le coefficient k de ralentissement du vent relativement à l'éolienne, la puissance disponible pour le mobile est strictement négative** : aller plus vite que le vent dans le sens du vent avec la seule puissance du vent est donc impossible.

Autrement dit, **par vent arrière, le mobile ne peut pas entretenir sa vitesse au-delà de celle du vent sans l'apport d'une puissance additionnelle à celle qui est en provenance de l'éolienne.**